

空気中を落下するときの物体の運動

筑波大学視覚特別支援学校

石崎喜治

空気抵抗を考慮した落下運動

物体が空気中を落下しはじめ、十分時間が経ったとき、物体は等速度運動をするだろうか、それとも、加速度は小さいがやはり等加速度運動を続けるだろうか。

次のような簡単な方法で、これを調べることができる。測定器は使わず、落下する物体の着地音を観察するだけで調べられる盲学校向きの実験である。

高さ h から静かに落下させ、着地するまでの時間 t_1 と、 $2h$ 落下する時間 t_2 の比に注目する。

等速度で落下するならば、

$$t_1 : t_2 = 1 : 2$$

である。一方、一定の加速度 a で落下するならば、 t 秒後の落下距離は、 $h = \frac{1}{2}at^2$ であるから、

h 落下する時間 t_1 は、 $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}}$ であり、 $2h$ 落下する時間 t_2 は、

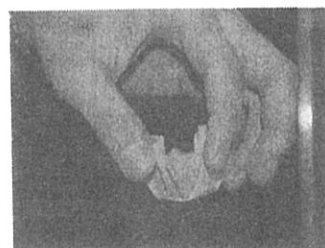
$$t_2 = \sqrt{\frac{2(2h)}{a}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{2} t_1$$

である。よって、

$$t_1 : t_2 = 1 : \sqrt{2} \approx 1 : 1.4$$

となる。

そこで、高さ h 、 $2h$ から同じ作りの紙片を同時に静かに落下させ、それぞれの紙片が着地するまでの時間間隔を観察して判定する。



等速または等加速度どちらの運動をしているか調べる実験

- 1) 紙片には、アルミカップに付属の紙を用いる。
- 2) この紙の底の部分の下になるようにして、図のように持ち、 h (40cm～50cm)、 $2h$ から同時に静かに落とす。カウントダウンを行い、落下し始める時が生徒みんなにわかるようにする。
- 3) 落下し始めてから h からの紙が着地するときと、 h からの紙が着地してから $2h$ からの紙が着地するときの時間の間隔を調べる。

等速で落下するときは、落下の合図と h からの紙の着地音、 $2h$ からの紙の着地音が等間隔に聞こえる。

等加速度で落下するときは、落下の合図と h からの紙の着地音の間隔より、 h からの紙の着地音と $2h$ からの紙の着地音の間隔の方が半分以下になる。

視覚にたよらない工夫

- 1) 1m のものさし、あるいは、 1m ほどの長さの棒の h 、 $2h$ のところに、図のように、マグネットクリップを挟んで印にする。
- 2) 紙が着地する音で紙の着地を判断する。

着地を見て判断するより着地音の方が容易に判断できる。



粘性抵抗と慣性抵抗

空気抵抗には、速さに比例する粘性抵抗と速さの2乗に比例する慣性抵抗がある。この実験で用いた紙片は、どちらの空気抵抗を受けて落下しているのだろうか。

これも、簡単に調べることができる。

紙片の運動を調べるためによりどころとなるのは、やはり運動方程式であるから、まず、紙片の運動方程式を立てる。紙片の質量を m 、空気抵抗を f 、重力加速度を g とする。鉛直下向きを正にとると、紙片に働く合力は、 $mg - f$ である。よって、運動方程式は、

$$ma = mg - f$$

となる。高校で学ぶ知識では、この方程式を解くことができないが、等速で落下していくときの速度（終端速度という）は求めることができる。

紙片が終端速度になっているときは、前述の実験より等速運動をすることがわかっているから、 $a = 0$ である。よって、合力はゼロある。すなわち、

$$f = mg$$

である。

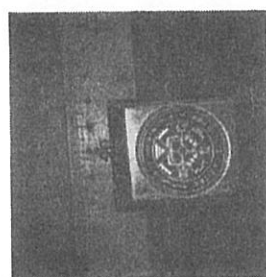
1) 粘性抵抗の場合の終端速度

$f = kv$ であるから、終端速度 v_t に対して、 $kv = mg$ となる。したがって、終端速度は、

$$v = \frac{mg}{k}$$

となり、質量 m に比例する。

そこで、受けている空気抵抗が粘性抵抗ならば、紙1枚のもの (m) と紙2枚を重ねたもの ($2m$) をそれぞれ h 、 $2h$ から同時に落下させたとき、同時に着地する。



2) 慣性抵抗の場合の終端速度

$f = kv^2$ であるから、終端速度 v_t に対して、 $kv^2 = mg$ となる。したがって、終端速度は、

$$v = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

となり、質量の平方根に比例する。

そのため、受けている空気抵抗が慣性抵抗ならば、紙1枚のもの (m) と紙4枚を重ねたもの ($4m$) をそれぞれ h , $2h$ から同時に落下させたとき、同時に着地する。

注意事項

紙片の運動は、はじめから終端速度になっているとして求めたが、落下し始めのときから終端速度で運動をするわけではない。しかし、アルミカップに附属する紙を使用し、落下距離を 40cm 以上にすれば、はじめから終端速度をしているとして考えても差し支えない。

コメント

授業では、次のことを強調したい。

- 1) 空気抵抗を考慮した運動においても運動方程式が厳密に成り立つ。
*物理学は、理想化された条件のときにしか適用できないと思っている人が多いが、空気抵抗がはたらく場合も運動方程式が成り立つ。
- 2) 物体の運動を考える拠りどころは、常に運動方程式である。
- 3) 運動方程式を厳密に解くことができなくても、終端速度は求めることができる。

補足

1) 粘性抵抗の場合の解

運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

この解は、

$$v = \frac{mg}{k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{m}{k}t\right) \right\}$$

となる。 $t = 0$ のとき $v = 0$, $t \rightarrow \infty$ のとき $v = \frac{mg}{k}$ である。

2) 慣性抵抗の場合の解

運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2$$

この解は,

$$v = \frac{1 - \exp(-2\sqrt{\frac{kg}{m}}t)}{1 + \exp(-2\sqrt{\frac{kg}{m}}t)} \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

となる。 $t = 0$ のとき $v = 0$, $t \rightarrow \infty$ のとき $v = \sqrt{\frac{mg}{k}}$ である。

参考文献

「授業の小道具：シャワーキャップの終速度」 兵頭俊夫, 日本物理学会誌 56(2001)277-279.