

反発係数の測定

元立教大学 佐々木研一

はじめに

物体が衝突する際の反発係数またははね返り係数 e は次式で定義される。

$$e = -\frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} \quad (1)$$

ここで、 v_1 と v_2 は衝突直前の質点1と2の速度であり、 v'_1 と v'_2 は衝突後の速度である。

あるいは、床面への落下高 h とはね返り高 h' から次式で求められる。

$$e = \sqrt{\frac{h'}{h}} \quad (2)$$

(1)式(速度法)による場合、速度の直接測定には装置や解析ソフトが必要となる。(2)式(落下法)の場合、床材が限定され、正確に測定するには高速度カメラ等が必要である。

そこで、今回は二つの振子の衝突を利用し、(1)式を使うが、速度は直接測定せず、振れの変異から反発係数を求める方法を試みた。

原理

質量 m_1 の振子1が、静止した質量 m_2 の振子2に衝突する際、運動量は保存され、

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad (3)$$

振子1の位置エネルギーは支点直下ですべて運動エネルギーとなる。振子1の振り始めの高さ(衝突点からの)を h とすれば、衝突直前の速度 v_1 は、

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h \text{ より } v_1 = \sqrt{2gh} \quad (4)$$

また、振子2の最大振れ位置における衝突点からの高さを h' とすれば、

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g h' \text{ より } v_2' = \sqrt{2gh'} \quad (5)$$

(1)において $v_2 = 0$ とし、(3)と連立して v'_1 を消去し、(4)、(5)式を代入すれば最終的に、

$$e = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{\frac{h'}{h}} - 1 \quad (6)$$

となる。

測定

図1は球をV字型の糸で吊るした2つの振

子をちょうど接する位置にセットした装置である。2つの球が接する真下がゼロ点となるように物差しを敷く。球は図2のように曲げたステンレス線フックで固定する。フックに結んだ糸はクリップで吊るす。球の接点から決められた距離に固定用ブロックをセットし、そこまで左の球を引き寄せて放てば右の球に衝突する。衝突された球は

その右に白く見える発泡スチロールブロックにぶつかりそれを右にずらす。3・4回衝突を繰り返せば、発泡スチロールブロックは最大振幅位置で動かなくなる。その左端の物差し位置を読む。左の球の振り出し高 h と、右の球の到達高 h' は、衝突位置からの水平距離から算出し、(6)式に代入する。計算は全てエクセルで処理し、得られた e を、振り出し球の水平位置(中央からの)に対してプロットした。

結果と考察

結果を次ページに示す。グラフの安定な平均値(平坦値)さえ求まれば、特別な装置がなくても、単振子の衝突と発泡スチロールブロックによる振れ変異を測定すれば、反発係数の測定ができることが分かった。ただし、小振幅の衝突では距離の測定誤差が相対的に大きいため、反発係数は平坦値からずれた。

この方法は、球の入手が決め手であるが、落下法に必要な質量の大きい床材ブロックと比べれば入手しやすい。素材選択の自由度があり、同じ材質の組み合わせも容易である。

なお、個別の考察は次ページにまとめた。

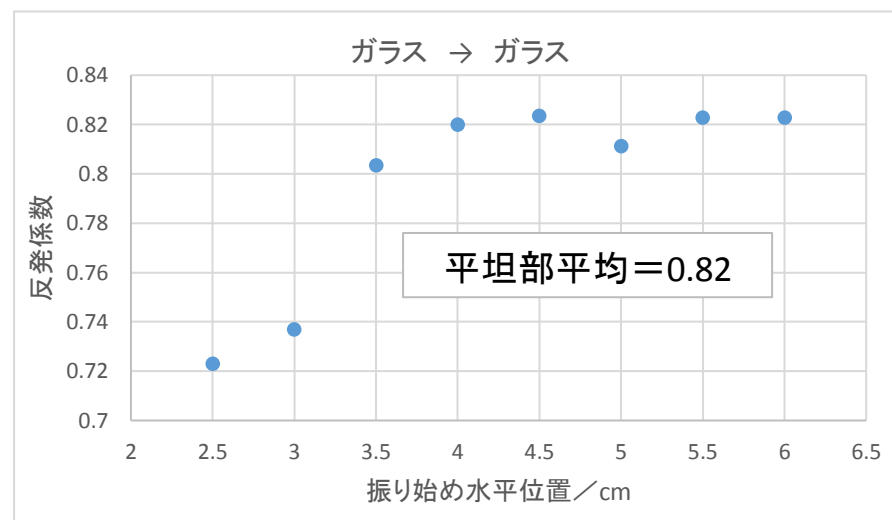
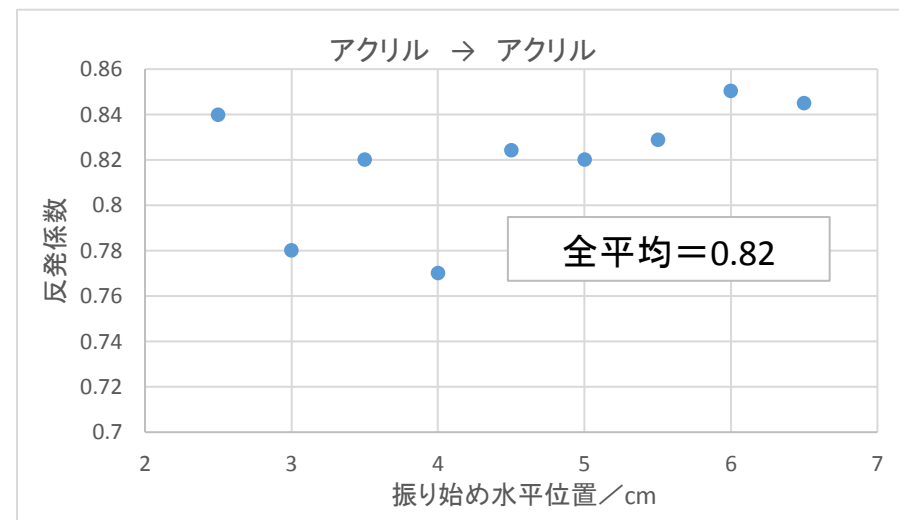
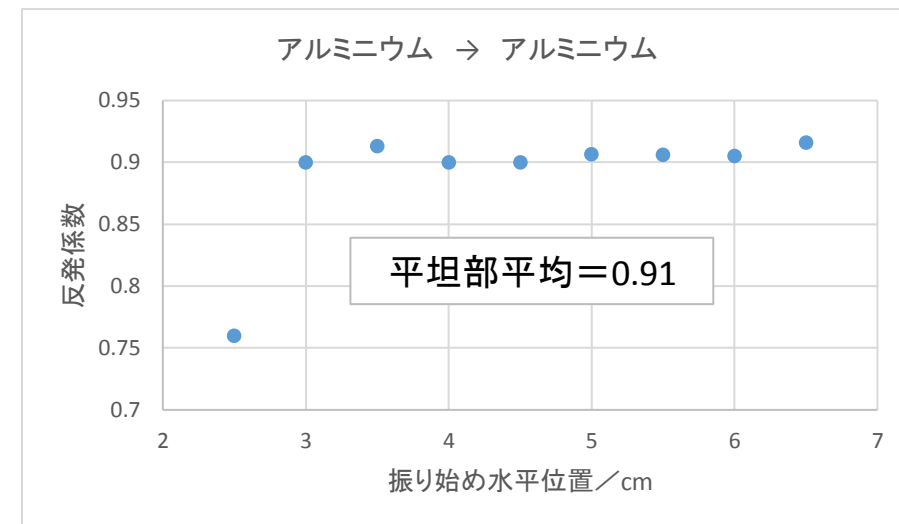
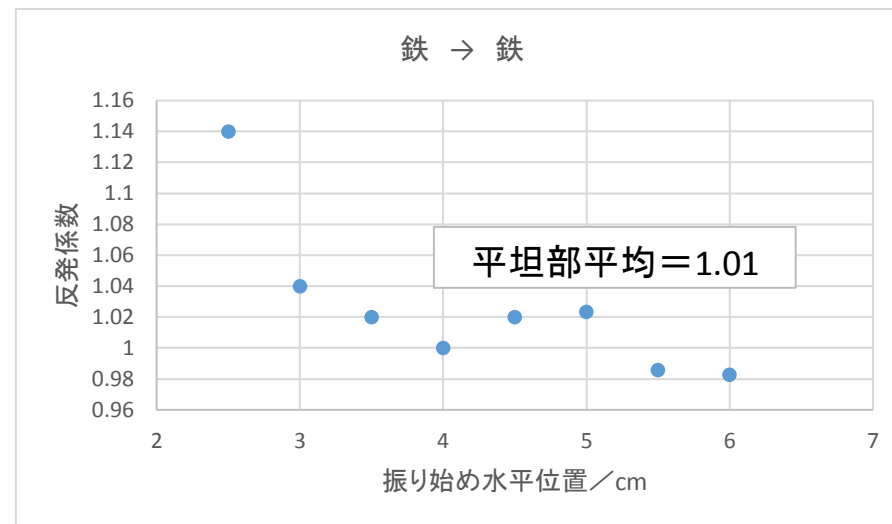
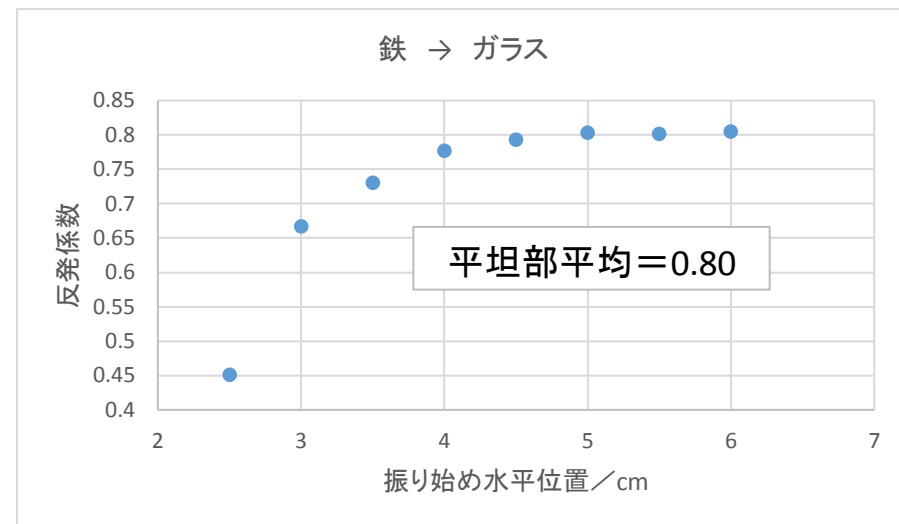
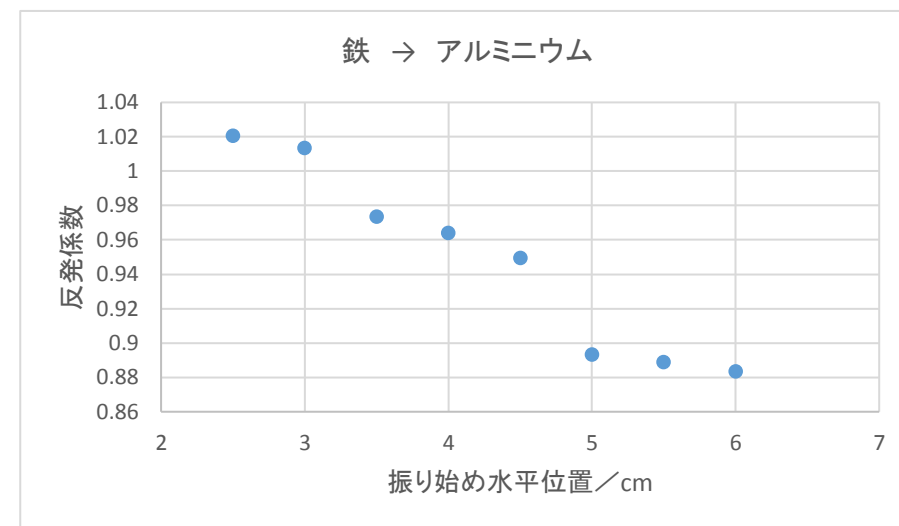
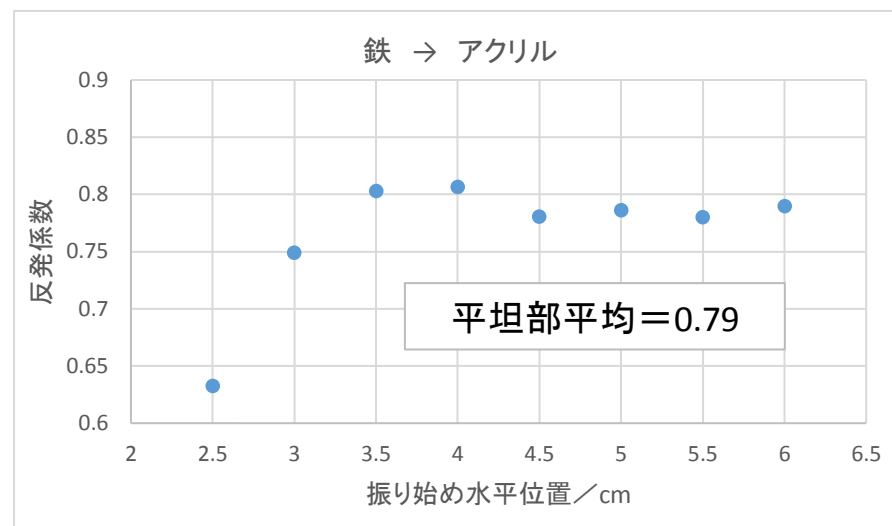
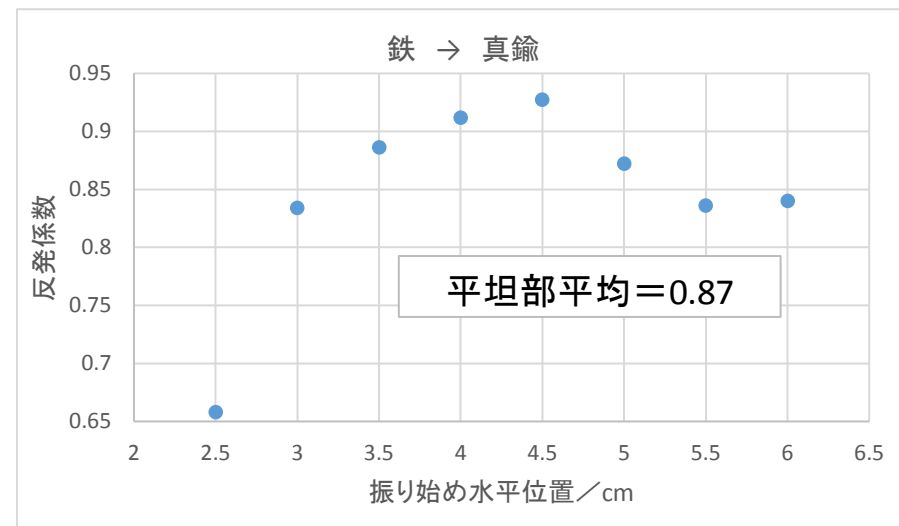


図1 衝突させる振子装置。支点から球の中心までの鉛直距離は22.0 cm。



図2 球を固定するフックの構造。ステンレス線製の球の着脱が可能。

いくつかの物質間の反発係数 (振り子衝突法による)



実験条件

球の材質	直径/cm	質量/g
鉄	2.00	32.6
真鍮	1.95	35.0
アルミニウム	1.90	12.85
アクリル	2.00	5.0
ガラス	1.67	6.1

フック質量/g	0.5
振り子長さ/cm	22.0

- 衝突は各グラフのタイトルの左側の材質の球を振らせ、矢印方向に右側の球(静止)に対して行った。
- いずれも小振幅領域のデータは、位置の相対誤差が大きく、ずれが大きいので除外し、ほぼ平坦な部分の平均値を反発係数とした。
- 個別にみると、鉄どうしの衝突では反発係数がほぼ1.0であった。
- それ以外の同じ材質どうしの組み合わせでは、アルミニウムの場合はやや高め(0.91)であったが、アクリル球とガラス球どうしは低めで差が小さかった(0.82)。
- 異種の材質(アルミニウムとアクリル、アルミニウムとガラス)の組み合わせでは、単独の反発係数の低い方に近い値を示すように見えるが、さらにデータがほしい。
- ただし、鉄球をアルミニウム球に当てた場合は振れを大きくするにつれ、反発係数が小さくなり、安定しなかったが、理由は不明。